

Nº 6. 17<sup>E</sup> JAARGANG  
NOVEMBER 1934

# RADIO- NIEUWS

ORGAAN DER  
NEDERLANDSCHE  
VEREENIGING VOOR  
RADIO-TELEGRAFIE

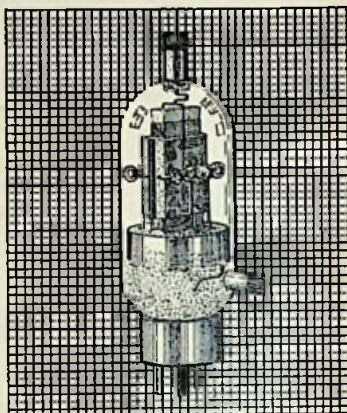
BIBLIOTHEEK  
N.V.H.R.

INHOUD:

	Bladz.
Algemeene beschouwingen over automatische sterkteregeling . . . . .	129
Beknopte Cursus Goniometrie . . . . .	141
Een nieuw muziekinstrument „De Marimbaliste“. . . . .	149
Vereenigingsnieuws . . . . .	151
Radio-Nieuws 1934 (Register). . . . .	152



# PHILIPS AMATEUR ZENDLAMPEN



PHILIPS SCHERMROOSTER  
AMATEUR ZENDLAMP QC 05/15

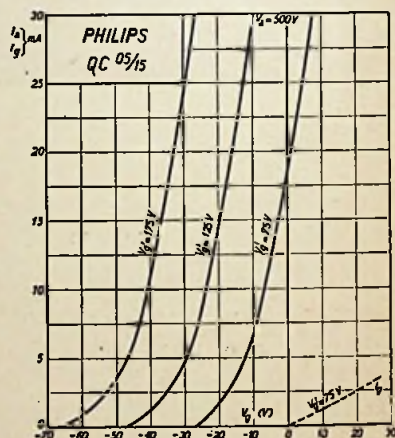
Groote emissie bij minimum energieverbruik. - Mechanisch sterk. —

Geschikt voor zeer korte golf-  
lengten (tot beneden 5 meter).

— Groot vermogen bij naar  
verhouding lage anodespan-  
ning. —

Philips Schermrooster zend-  
lampen maken een ingrijpende  
vereenvoudiging van de  
zenderconstructie en van de  
-bediening mogelijk. —

Vraagt de nieuwe amateur  
zendlampen-catalogus.



# PHILIPS RADIO

# Radio-Nieuws.

ORGAAN VAN DE NED. VER.

Onder Redactie van J. CORVER,  
BURNIERSTRAAT 38,  
DEN HAAG.



VOOR RADIO-TELEGRAFIE.

Uitgever: N. VEENSTRA,  
LAAN VAN MEERDERVOORT 30,  
DEN HAAG, TEL. 331112.

Abonnementprijs voor niet-leden f 4.— per jaargang van 6 nummers. Buitenland f 4.50. Leden der Vereeniging (contributie f 8.— per jaar) ontvangen dit blad gratis.  
Secretaris-Penningmeester. B. Slikkerveer, Obrechtstraat 104/6, Den Haag.

## Algemeene beschouwingen over automatische sterkteregeling.

(Vervolg).

Vertraagde automatische sterkteregeling.

Wanneer men kromme II van fig. 8 bekijkt, zal men zien, dat door de regeling met 2 lampen al een tamelijk vlakke kromme te verkrijgen is. Maar tegelijkertijd zal men bemerken, dat het doel gemist wordt, want als men op deze wijze verder gaat, door nog meer lampen te gebruiken, zal men ervaren, dat de uitgangsendergie constant blijft, maar op een veel te laag niveau.

Wanneer men bij kromme II vooropstelt, dat de door den factor 1 gegeven uitgangsendergie (0,05 watt) bij een antenne signaalsterkte van  $10 \mu V$  bereikt wordt, dan wordt 5 watt luidsprekerenergie eerst bij  $50 \times 10 = 500 \mu V$  bereikt (n.l. wanneer de uitgangsspanning  $e_4$  tot het 10-voudige toegenomen is; de energie is evenredig met het kwadraat van de uitgangsspanning). De a.s.r. functioneert dus reeds zoo effectief dat ze bij een aantal zenders het vol-belasten van de eindlamp bemoeilijkt. Wat dit betreft was kromme I beter.

Om deze moeilijkheden te omzeilen, kan men het systeem der vertraagde a.s.r. toepassen.

Bij dit systeem stelt men de werking der a.s.r. uit tot de maximale eindbelasting verkregen is. Dit principe wordt in

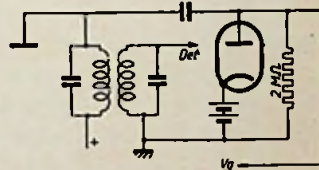


Fig. 9.

fig. 9 weergegeven. De regelspanning kan nu niet meer van den normalen detector verkregen worden. Men moet de functies sterkteregeling en detectie scheiden.

In fig. 10 is de a.s.r. diode aan de primaire van den laatsten M.F.-transformator aangesloten. Deze primaire geeft vrijwel gelijke wisselspanningen als de secundaire; echter heeft deze schakeling het voordeel, dat de totaaldemping

eenigszins over de twee wikkelingen verdeeld wordt. Van groot gewicht is ook, dat deze schakeling schijnbaar selectiever

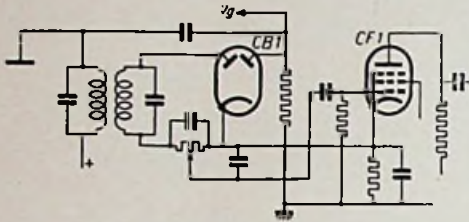


Fig. 10.

is dan die, waarbij de diode aan de sec. verbonden wordt. Iedere a.s.r. heeft de eigenschap de selectiviteit schijnbaar te verminderen, omdat de resonanskromme gedeeltelijk afgevlakt wordt door de bij hogere spanningen sterker regelende a.s.r. Als nu na de a.s.r. nog een afgestemde kring volgt, behoudt deze toch tenminste de oorspronkelijke afstemscherpte. In dit geval is deze afgestemde kring de sec. van den M.F. transformator. In serie met de regeldiode is een voorspanning geschakeld, zoodat de diode eerst begint gelijk te richten, wanneer de signaalopspanning deze voorspanning overschrijdt. Voor dit systeem kan men dus de diode van een binode als regeldiode gebruiken. Het tetrodegedeelte kan dan als plaat- of roosterdetector dienst doen.

Sinds eenigen tijd maakt Philips de dubbel-dioden ABI en CBI. Bij deze dioden kan de eene anode als regeldiode en de ander als detector gebruikt worden (fig. 10).

Het systeem van fig. 9 wordt als volgt berekend. We veronderstellen de regeling met behulp der lampen AK1 en AF2. Verder zijn in het toestel de eindlamp E 463 en een tachtigvoudige l.f.r. versterking aanwezig. Ook hier werkt men weer het best met behulp van een tabel. We veronderstellen verder, dat de a.s.r. begint

te werken, nadat het rooster der eindlamp 10 volt l.f.r. wisselspanning krijgt. Deze is dan nog niet vol belast. Bij verschillende l.f.r. spanningen worden wederom de waarden van de benodigde signaalsterkten aan den detector berekend. De 10 volt l.f.r. wisselspanning komt eveneens weer met een detector h.f.r. spanning van 0,67 V op de regeldiode overeen. De topsp. is dan 0,95 volt. Nu begint bij een spanning van ongeveer  $-1,3$  volt (aan de anode) een stroom door de diode te vloeien. Als nu de kathode der regeldiode een pos. spanning krijgt van  $0,95 + 1,3 = 2,25$  volt, laat deze dus bij genoemde signaalsterkte nog juist geen stroom door. Dit wordt de basis der volgende berekening.

In de praktische schakeling van fig. 10 wordt de reeds bestaande kathodespanning aan de l.f.r. versterkerlamp, die ongeveer de juiste waarde heeft, tevens als voorspanning voor de diode gebruikt. In fig. 6 vindt men de krommen voor verschillende neg. voorspanningen, waarbij de regelspanning  $V_r$  als functie van de toegevoerde h.f.r. spanning gevonden wordt.

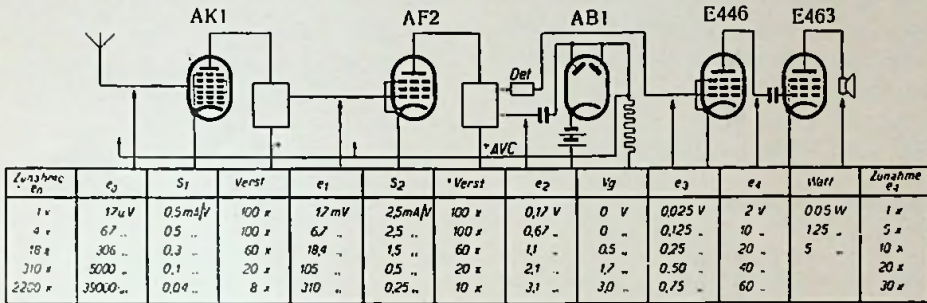
In tabel 2 is de geheele berekening ondergebracht.

Bij deze, evenals bij de tabel 1 is verondersteld, dat bij de laagste regelspanning  $V_r$  de lampen hun normale steilheid hebben. In tabel 1 was die 0,8 volt, dat wil dus zeggen, dat de geregelde lampen zelf nog een neg. r.sp. van 1,2 volt d.m.v. een kathodeweerstand moesten hebben. In het laatste voorbeeld, waar  $V_r$  bij 0 begint, moet dus de neg. r. sp. direct op 2 volt ingesteld worden. Tabel 2 wordt in kromme III fig. 8 grafisch voorgesteld. Bij de berekening zal men wel bemerken, dat door de vertraging tegelijk de regeling effectiever wordt. Terwijl bij de eerste berekening de regelspanning  $V_r$  min of meer evenredig met de l.f.r. wisselspanning

$e_3$  toenam, is die toename nu evenredig met het verschil tusschen  $e_3$  en een zekere voorspanning (in ons voorbeeld 0,125 V)

ning gegeven, zoodat zij dus tevens als detector dienst kan doen. Hier is dus de binode zeer goed bruikbaar (zie fig. 11).

Tabel 2.



dat wil dus zeggen, dat nu de gelijkspanningstoename bij een relatief kleinere toename der l.f.r. wisselspanning bereikt wordt. Kromme III, fig. 8 toont dat duidelijk.

De werkelijke versterking per h.f.r. of l.f.r. trap, die als honderdvoudig verondersteld werd, is voor het verloop der regelkromme niet van principiëel belang. Als deze versterkingen grooter worden, wordt eenvoudig de maximale gevoeligheid van het toestel grooter. In fig. 8 zou dan alleen de eenheid op de horizontale as een andere waarde voorstellen. De kromme blijft dan dezelfde.

Een, weliswaar niet volledige, vertraging kan men ook verkrijgen door de knik in de karakteristiek van de geregelde lamp te benutten. Bij dit systeem wordt aan de regeldiode geen neg. voorspan-

ning gegeven, zoodat zij dus tevens als detector dienst kan doen. Hier is dus de binode zeer goed bruikbaar (zie fig. 11).

Men geeft de kathode der diode een vaste pos. spanning van b.v. + 5 volt. Als de geregelde lamp nu met een neg. r.sp. van - 2 volt begint, dan moet de kathode van deze lamp dus een spanning van + 7 volt hebben. Men schakelt dus een weerstand  $R_k$  in de kathodeleiding zoodat  $R_k \times i_a = 7$  volt.

Fig. 12 toont nu wat er gebeurt, als de regelspanning van + 5 volt afneemt en ten slotte negatief wordt. De totaalspanning is op ieder moment gelijk aan  $V_r - R_k \times i_a$  en wordt door het snijpunt van de  $I_a - V_g$  karakteristiek met een schuine lijn verkregen.

Fig. 12 toont, dat de werkelijke roosterspanning  $V_r$  maar weinig verandert, zoolang  $V_r$  van + 5 tot - 1 volt afneemt (de diode levert dan de 6 volt).

Zoodra echter het snijpunt de knik in

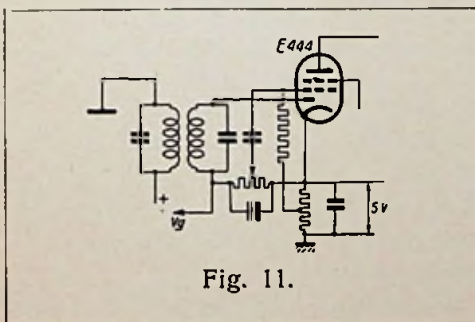


Fig. 11.

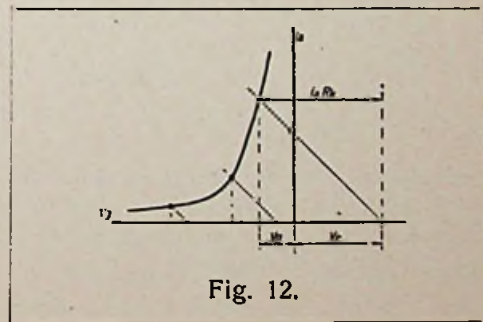


Fig. 12.

de karakteristiek overschrijdt, begint eerst de eigenlijke regeling. Men kan hier van een, weliswaar niet ideale, vertraging van  $\pm 6$  volt spreken.

Naarmate men de beginwaarde van  $V_r$ , dus de kathodespanning der diode, hoger kiest, en tegelijk  $R_k$  groter neemt, wordt ook de vertraging groter. Dit vereenvoudigde systeem kan echter nooit zoo goed zijn als de vertraagde a.s.r., die met een dubbel diode verkregen wordt.

### Nauwkeuriger berekening voor de vertraagde a.s.r.

Bij het ontwerpen van een systeem met a.s.r. kan men behalve een zekere vertraging, nog meer verlangen. Men kan n.l. ook nog voorstellen, dat de l.f. wisselsp. op het rooster der eindlamp een zekere waarde niet mag overschrijden. Deze hoogste waarde kan nu de spanning zijn, waarbij de eindlamp juist vol belast wordt, of een waarde, waarbij de eindlamp b.v. 2- of 3-voudig overbelast wordt. In het laatste geval wordt natuurlijk de hand-volumeregelaar zoover teruggedraaid, dat de weergave vervormingsvrij is.

Fig. 13 geeft een voorbeeld van een regelkromme. Van 0 tot 1 wordt wegens de vertraging nog niet geregeld. De regeling begint eerst bij punt 1, waar een

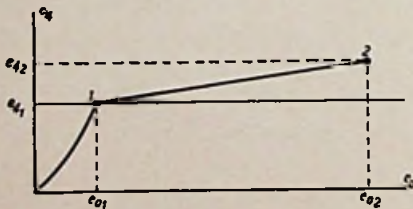


Fig. 13.

spanning  $e_{41}$  op de eindlamp komt, en deze spanning stijgt nu, tot voor het sterkste antennesignaal, in punt 2 een roosterspanning  $e_{42}$  de eindlamp stuurt. Deze r.sp.  $e_{42}$ , die wij aan de eindlamp

willen toelaten, kan de spanning zijn, waarbij de eindlamp vol belast is.

We veronderstellen in het volgende, dat de vertraging, evenals in het laatste voorbeeld (tabel 2), zorgt, dat de a.s.r. ver-

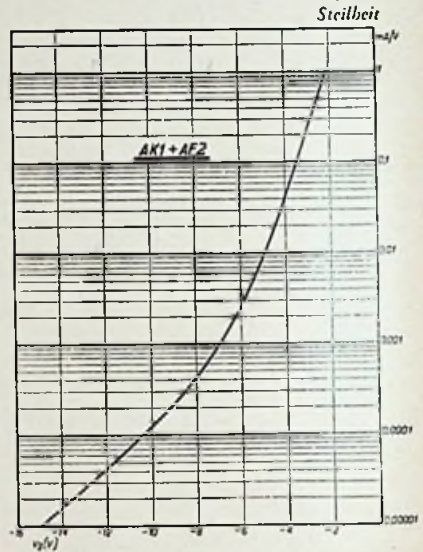


Fig. 14.

traagd wordt totdat de wisselsp. op het rooster der eindlamp 10 volt bedraagt ( $e_1$ ). In fig. 13 is dan  $e_{41} = 10$  volt. We nemen verder aan, dat de eindlamproosterwisselspanning bij het sterkste antennesignaal slechts 1,5-voudig mag toenemen, dat wil dus zeggen, dat  $e_{42}$  15 volt niet mag overschrijden. Laten we zeggen, dat dit het geval is bij een maximum antennesignaal van 0,5 volt. In genoemd voorbeeld was, voor  $e_1 = e_{41} = 10$  volt, het antennesignaal  $67 \mu V$ . Bij 0,5 volt in de antenne is dat 7500 maal zoo sterk als het signaal bij  $e_{41}$ . Daar echter  $e_{42} = 1,5 e_{41}$ , moet de h.fr. versterking niet 7500, maar 5000 voudig onderdrukt worden, oftewel de totaal-steilheid der beide h.fr. versterkerlampen  $AK_1$  en  $AF_2$  moet 5000-voudig verminderen.

Fig. 14 toont de totaalsteilheidskromme

van deze twee achter elkaar geschakelde lampen, die op de aangegeven wijze uit de krommen van fig. 5 berekend werd. Uit fig. 14 blijkt, dat we hiervoor een regelspanning van — 7 volt noodig hebben.

Hoe krijgt men nu die grootere regelspanning? Deze krijgt men door een hoog- of middenfr. trap meer in te bouwen, waarbij dan tegelijkertijd de l.fr. versterking verminderd moet worden. Men krijgt hierdoor een sterker signaal op de diode en daaruit weer een grootere regelspanning. De l.fr. versterking moet dan zooveel verzwakt worden, dat bij de grootste spanningswisselingen op de diode de vastgestelde grens voor de roosterwisselspanning op de eindlamp niet overschreden wordt. In sommige omstandigheden zou de l.fr. versterking kunnen verdwijnen en dus de diode onmiddellijk aan de eindlamp worden gekoppeld.

Bij benadering kan men dit systeem als volgt berekenen. Daar wij reeds veronderstellen, dat de detector grootere spanningen te verwerken krijgt, kunnen we aannemen, dat de gelijkrichting lineair zal zijn, oftewel, de l.fr. spanning is evenredig met de h.fr. spanning. De h.fr. spanning aan den detector is dus bij punt 2 fig. 13, 1,5 maal die bij punt 1.

De regelspanning, die men uit de diode betreft, wordt nu uit fig. 6 gevonden. Voor sterke signalen kan men deze bij benadering gelijk stellen aan de topwaarde van de ongemoduleerde draaggolf, verminderd met de voorspanning voor de vertraging. Men kan haar echter ook uit fig. 6 halen. De diode voorspanning kiest men dus gelijk aan de topwaarde van het detectorsignaal bij punt 1 (fig. 13) bijv.  $E_1$ . De benodigde regelspanning van 7 volt is dus  $1,5 \times E_1$ , verminderd met  $E_1$ . Dus:

$1,5 E_1 - E_1 = 7$  volt of  $E_1 = 14$  volt. Hieruit volgt, dat we bij een detector

signaal van  $\frac{14}{\sqrt{2}} = 10$  volt de 10 volt

l.fr. spanning op de eindlamp moeten verkrijgen (fig. 13, punt 1). Hebben we een diode-detector, dan volgt uit fig. 1 in het artikel over Detectorversterking in R.-E. No. 9 1934, dat we bij een 30 % gemoduleerd h.fr. signaal een l.fr. spanning van 2,4 volt krijgen. Om dus 10 volt op de eindlamp te krijgen, moeten we nog een

$\frac{10}{2,4} = 4$ -voudige versterking toepassen.

Daar we bij de vorige berekeningen van een 80-voudige l.fr. versterking uitgingen, hebben we dus nu nog een  $20 \times$  grootere h.fr. versterking noodig om het toestel dezelfde gevoeligheid te geven.

Dit voorbeeld toont duidelijk aan, dat men een betere a.s.r. verkrijgt, als men de versterking in het l.fr. gedeelte vermindert en in het h.fr. gedeelte opvoert. Een 4-voudige l.fr. versterking zal men praktisch niet gebruiken, tenzij men een l.fr. versterkerlamp voor de pick-up noodig heeft. In dit geval zou men de l.fr. versterking bij het afschakelen door een schakelaar tot het gewenschte bedrag kunnen verminderen. Als geen pick-up aansluiting aanwezig is, kan van l.fr. versterking worden afgezien en kan men de diode direct aan de eindlamp koppelen, waarbij de h.fr. versterking naar verhouding vergroot wordt. Om dan nog een handvolumeregeling te kunnen toepassen, zou men het rooster van de eindlamp aan het glijcontact van een spanningsdeeler kunnen aansluiten, aan het eind waarvan de diode-detector verbonden is.

### Versterkte a.s.r.

#### Algemeene beschouwing.

Men zal de verdeeling van hoog- en laagfr.-versterking niet steeds alleen met het oog op de a.s.r. kunnen uitkiezen. Een hoog- of laagfr. trap meer zal veelal

moeilijkheden meebrengen. Om met een kleinere h.fr. versterking toch een grotere regelspanning te krijgen, kan men de aan den diodeweerstand optredende regelspanning versterken, alvorens de h.fr. lampen te beïnvloeden. Men kan echter ook inplaats van de regeldiode een versterkerlamp gebruiken, die een grotere regelspanning afgeeft. Deze beide mogelijkheden zijn in fig. 15a en b voorgesteld.

In fig. 15a wordt het rooster der regellamp negatiever, naarmate de signaalsterkte toeneemt. De plaatstroom neemt dientengevolge af en daardoor de span-

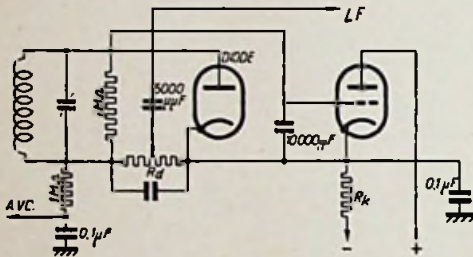


Fig. 15 a.

ningsval in den kathodeweerstand  $R_k$ . De kathodespanning daalt dus en met behulp van deze spanning kunnen de h.fr. lampen geregeld worden. Indien men  $R_k$  aan een punt van voldoende hoge neg. potentiaal aansluit kan men de kathodespanning, in rusttoestand op  $-2$  volt t.o.v. chassis instellen.

In de schakeling van fig 15a wordt niet alleen de verandering van de kathodespanning voor de regeling benut, maar tegelijk werkt ook de neg. spanning aan den diodeweerstand  $R_d$  mede. De diode in deze schakeling dient ook voor signaaldetectie, en de hieruit verkregen l.fr. wisselspanning wordt naar den l.fr. versterker gevoerd. Men kan hiervoor zeer goed een h.fr. penthode met een anodeweerstand van  $0,3$  à  $0,1$  MΩ gebruiken. Een van den versterker gescheiden diodesysteem

is hier gebruikt om plaatgelijkrichting te voorkomen. We zullen dit systeem A noemen.

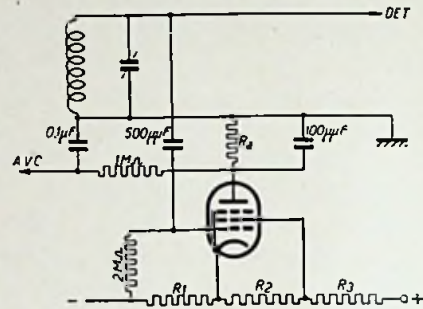


Fig. 15 b.

De schakeling van fig. 15b is met een als plaatdetector geschakelde regellamp uitgevoerd. De laatste afgestemde kring is aan een normalen detector, b.v. de binode, aangesloten. Tegelijkertijd wordt vanaf dezen kring het signaal via een condensator van  $500 \mu\mu F$  naar het rooster der regellamp gevoerd. Door den weerstand  $R_1$  krijgt deze lamp zooveel neg. r.sp. dat in rusttoestand geen anodestroom vloeit. Wanneer een signaal op het rooster van deze lamp komt en sterker wordt, stijgt de anodestroom en verkrijgen we aan anodeweerstand  $R_a$  een spanningsval. Terwijl de kathode aan een punt met hoog neg. potentiaal ligt, wordt de anode dus in dit geval t.o.v. massa negatief. Deze negatieve spanning kan dan weer de roosters der geregelde lampen beïnvloeden.<sup>1)</sup>

Voorop gesteld is weer, dat we in het toestel een punt met hoog neg. potentiaal hebben. Is dit niet het geval, dan zou men de kathode aan massa kunnen leggen en

<sup>1)</sup> Tegen deze schakeling, waarbij een lamp bij een zeer bepaalde neg. r.sp. geheel afgeknepen moet zijn of slechts een bepaalden, zeer kleinen plaatstroom mag hebben, bestaat het bekende bezwaar, dat heel licht door verandering der lamp of door vervanging door een andere ontregeling ontstaat.



de kathoden der h.fr. lampen een spanning geven, die t.o.v. de regellamp 2 volt positief is.

**Beperkingen.** Bij de schakelingen met versterkte a.s.r. ontstaan licht zeer hoge spanningen tusschen kathoden en gloeidraaid. Bij alle schakelingen moet men er op letten, dat de maximaal toelaatbare waarde niet overschreden wordt. Voor de Philips „selectoden” zijn maximale waarden van 80 volt toelaatbaar. Voor andere Philips-lampen is de grens 50 volt; deze lampen komen echter voor regeling niet in aanmerking. Als te hoge spanningen optreden, kunnen door kruipstroomen in de kathode isolatie-verschijnselen als brommen, kraken en onregelmatig functionneeren van de lampen optreden, en daarbij wordt de lamp licht beschadigd. Evencens zijn voor de verschillende lampen maximum waarden voor de kathodeweerstanden vastgelegd (meestal 20.000  $\Omega$ ).

#### Berekening van een versterkte a.s.r.

**Systeem A.** De berekening van een versterkte a.s.r. volgens de schakeling van fig. 15a kan weer met behulp van een tabel opgezet worden. In het volgende voorbeeld nemen we aan, dat met behulp van een selectode E 447 geregeld wordt. De eindlamp is de penthode E 463. Eerst moet men de versterking der regellamp vaststellen, en deze volgt uit den eisch, dien men aan de a.s.r. stelt. Men zal b.v. verlangen, dat bij het sterkste antennesignaal van 0,5 volt een maximale spanning van 40 volt op het rooster der eindlamp komt, als de l.fr. volumeregelaar vol instaat. De eindlamp wordt dan door een 20-voudige normaalspanning gestuurd en men moet, om overbelasting te voorkomen, nog in het l.fr. gedeelte regelen.

Als men van de a.s.r. nog meer zou verlangen, zou men groote moeilijkheden ontmoeten.

Nemen wij nu aan, dat de gevoeligheid van het apparaat 25  $\mu$  V bedraagt, d.w.z., dat voor 0,05 Watt eindenergie een antennesignaal van 25  $\mu$  V noodig is, dan hebben wij bij 0,5 volt een 20.000-voudige toename van het antennesignaal. Daar echter de uitgangsspanning maar 20-voudig mag toenemen, moet in dit geval de versterking 1000-voudig vermindert worden. Uit fig. 5 volgt, dat de selectode E 447 daartoe een regelspanning van ca. 42 volt behoeft. Uit tabel I volgt, dat men bij de aangenomen l.fr. versterking van 40 volt op de eindlamp een regelspanning  $V_r = 3,6$  V van den diodeweerstand betreft. De regellamp zal dus nog een spanning van  $42 - 3,6 = 38,4$

volt moeten leveren, en moet dus  $\frac{38,4}{3,6} =$  ca. 12-voudig versterken. Den hiervoor benoodigden kathodeweerstand  $R_k$  en de anodespanning berekent men met behulp van de  $I_a - V_a$  karakteristieken van de regellamp.

Nemen we als voorbeeld de E 428 (fig. 16).

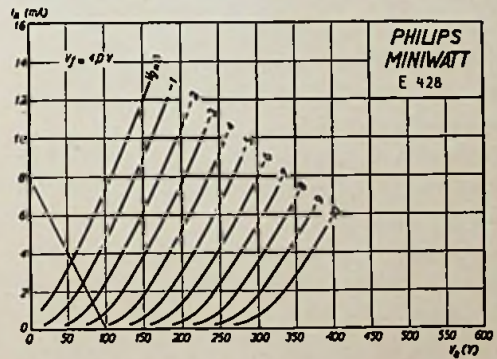


Fig. 16.

De eff. anodespanning van deze regellamp is de spanning der voedingsbron, verminderd met den spanningsval in den kathodeweerstand. We hebben dus:

$$V_a = V_{sp} - I_a R_k.$$

Deze vergelijking kan men in den

karacteristiekenbundel door een rechte lijn voorstellen, die de abscis bij de toegevoerde spanning snijdt. Bij iederen plaatsstroom  $I$ , geeft deze lijn aan hoeveel plaatspanning overblijft en uit de snijpunten met de karakteristieken volgt de bij iedere roosterspanning behorende plaatspanning. Daar de karakteristieken altijd voor geheele getallen gegeven worden, kan men berekenen, dat de plaatsp. variatie  $11 \times 4 = 44$  volt moet bedragen bij een variatie van b.v. 4 volt aan het rooster. Als men een batterijspanning van 100 volt veronderstelt, dan bedraagt de plaatspanning van de lamp bij  $-4$  volt r.sp. practisch 100 volt. Bij r.sp. = 0 is de plaatsp. 44 volt minder of 56 volt. De gezochte belastinglijn moet dus bij 56 volt de  $I_r - V_r$  karakteristiek voor  $V_r = 0$  snijden. Hieruit volgt dus een rechte lijn, die de abscis bij 100 volt en de ordinaal bij 8 mA snijdt en deze lijn behoort

bij een weerstand van  $\frac{100}{8} \times 1000 = 12500$  ohm. Men kan natuurlijk de regellamp nog hogere spanning geven; wij haalden 100 volt slechts als voorbeeld aan; veel minder dan 100 volt geven is echter niet raadzaam, daar men dan de vereischte regelspanning van 38,4 volt niet haalt.

Er zijn nu 2 mogelijkheden om de spanning der regellamp aan de te regelen lamp toe te voeren:

1o. Doordat men de kathode der varielamp via een kleinen weerstand, om de vereischte  $-2$  volt neg r.sp. te krijgen, aan massa legt en den weerstand  $R_r$  aan  $-38,4$  volt spanning aansluit. De anode der regellamp wordt dan aan een  $+61,6$  V spanningsbron aangesloten.

2o. Doordat men de kathode der regellamp E 428 aan massa legt en de anode dezer lamp aan  $+100$  volt. Aan de kathode der E 447 wordt dan door middel van een pot. meterschakeling een

vaste neg. r.sp. van  $38,4 + 2 = 40,4$  volt gegeven.

Tusschen deze extreme gevallen zijn nog vele andere mogelijkheden, waarbij men de kathoden der beide lampen andere spanningen geeft, die echter t.o.v. elkaar het spanningsverschil 40,4 volt opleveren. Men kan dit ook nog combineren met het vorenbeschreven minder volkomen systeem der vertraagde a.s.r.

In het algemeen zullen de gevallen 1 en 2 het eenvoudigst blijken. Als men als regellamp een triode benut, is men door de versterking dezer lamp aan tamelijk nauwe grenzen gebonden en men moet, indien sterkere regeling noodig is, een lamp met grooteren versterkingsfactor kiezen. Een penthode heeft dan nog het voordeel, dat men die lamp tegelijkertijd voor „stille afstemming” kan gebruiken (zie R.-E., 1934, 29 e.v.).

Bij de gelijk- en wisselstroomserie (zie R.-E. 1934, Nos. 1 en 35) kan men zonder meer een penthode als regellamp gebruiken. In het algemeen zal men echter in deze serie door de lage anodespanning geen versterkte regeling kunnen toepassen. De volledige regelkromme voor het behandelde systeem verkrijgt men met behulp van een tabel en we kunnen tabel I gebruiken als we hieraan een kolom voor de werkelijke regelspanning  $= 11 \times V_r$ , naast de kolom voor  $V_r$ , toevoegen.

Systeem B. De berekening van een versterkt regelsysteem volgens fig. 15b is gecompliceerder. Men moet hiertoe de verhouding tusschen den spanningsval in weerstand  $R_r$  en de aan het rooster der regellamp aankomende h.fr. wisselspanning kennen. De regellamp is als plaat-detector geschakeld en we vinden hieromtrent iets in het artikel over Detectorversterking in R.-E. 9, 1934. Uit het volgende zal blijken, dat een triode, ook met een hoogereren versterkingsfactor, zooals de E 499, door te kleine roosterruimte

voor dit doel minder geschikt is. De roosterruimte van een triode is immers  $\frac{V_a}{\mu}$ . Bij 80 volt plaatsp. zou men dus

een roosterruimte van slechts  $\frac{80}{99} = \text{ca.}$  1 volt hebben, wat beslist te weinig is.

Men is dus op een h.fr. penthode aangewezen. In fig. 17 zijn de karakteristie-

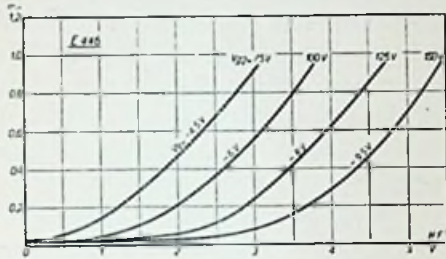


Fig. 17.

ken der E 446 gegeven, n.l. bij plaatdetectie de plaatstroom als functie van de toegevoerde h.fr. roosterwisselspanning, bij zekere schermrooster- en de gunstigste neg. roosterspanningen. Men kan hieruit de krommen voor andere spanningen krijgen als men voor iedere volt neg. r.sp. méér de schermrooster-spanning met ca. 33 volt verhoogt. Het is bekend, dat de plaatspanning het verloop der krommen niet beïnvloedt. De plaatstroom is binnen wijde grenzen onafhankelijk van de plaatspanning, echter onder 20 volt plaatspanning zijn deze krommen waardeloos, zoodat we als onderste grens 20 volt moeten aannemen.

Indien men dus, zooals in het laatste voorbeeld, een max. neg. regelspanning van 42 volt nodig heeft, om een E 447 te regelen, dan zal men de kathode der regellamp aan een spanning moeten leggen, die minstens  $-42 - 20 = -62$  volt negatief t.o.v. massa is. Deze spanning is echter voor de E 446 ontoelaatbaar, omdat de maximale spanning van kathode t.o.v. gloeidraad 50 volt bedraagt. Men

moet dus in dit geval de kathode van de vari-lamp, die een hogere kathode-gloeidraadspanning toelaat, de hoge spanning geven en den weerstand  $R_1$  aan chassis leggen. Een andere oplossing zou zijn, in plaats van de E 446 een vari-penthode E 447 als regellamp te gebruiken en dan toch de kathode hiervan aan ca. — 62 volt te leggen.

Met de nieuwste lampen zijn overigens zulke hoge regelspanningen niet meer noodig, vooral als men met 2 lampen regelt. De Octode AK 1, evenals de vari-penthode AF 2, hebben veel scherper regelkarakteristieken. Dit is ook met de overeenkomstige lampen der gelijk-wisselstroomserie het geval.

Men moet de neg. r.sp. der regellamp natuurlijk zóó kiezen, dat zelfs bij het sterkste signaal nog geen roosterstroom loopt ( $R_1$  in fig. 15b). Als we er het vorige voorbeeld en tabel I bij halen, dan bedraagt de eff. h.fr. wisselspanning  $e_2$  2,1 volt, bij 40 volt op het rooster der eindlamp. Als de roosterstroom der regellamp bij 1,3 volt inzet, moet de neg. r.sp. dezer lamp minstens  $2,1 \sqrt{2} + 1,3 = 4,3$  volt bedragen. Als dus de neg. r.sp. op deze wijze is bepaald, kiest men de daarbij behorende gunstigste schermrooster-spanning, zoodat men op een gunstige kromme van fig. 17 werkt, b.v. de kromme voor  $V_g = -4,5$  en  $V_{s2} = 75$  volt.

### Vertraagde en versterkte a.s.r.

#### Algemeene beschouwing.

Er werd reeds opgemerkt, dat een a.s.r. niet voldoet, als de regeling steeds sterker wordt. Het wordt dan noodzakelijk een vertraging in te voeren, die de regeling eerst doet werken, zoodra de eindlamp vol belast is. Dit geldt natuurlijk nog meer voor de versterkte a.s.r.

De beide systemen der versterkte a.s.r. (fig. 15a en b) kunnen met het onvolkomen vertraagde systeem gecombineerd

worden. We zullen hierop echter niet verder ingaan en slechts de beste oplossingen beschrijven. De meest gebruikte schakeling is volgens fig. 18. Deze schakeling is een uitbreiding van die van fig. 15a, door een 2e diode toe te voegen. Bij

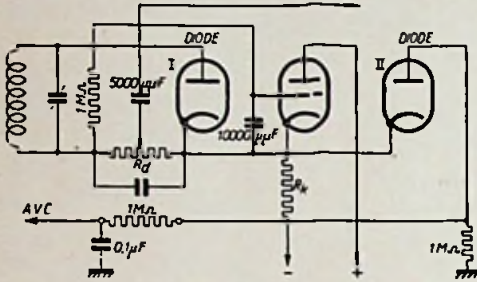


Fig. 18.

de praktische uitvoering zijn de dioden I en II in één ballon ondergebracht, b.v. de dubbel-diode ABI en CBI.

De vertraging voor het systeem van fig. 15a wordt nu als volgt verkregen. De regellamp wordt zoo ingesteld, dat de kathode ongeëxciteerd een pos. sp. t.o.v. het chassis heeft. Daar de anode der diode II via een weerstand van  $1\text{ M}\Omega$  aan het chassis is aangesloten, heeft deze hetzelfde potentiaal, en laat de diode dus geen stroom door. De spanning der diode-anode (II) wordt ook aan de vari-lampen toegevoerd en de kathoden van deze lampen moeten een neg. r.sp. van ca. 2 volt hebben om roosterstroom te vermijden. Diode II begint nu stroom door te laten, zoodra de kathode ten opzichte van de anode geleidelijk een spanning van ca.  $+1.3$  volt heeft en daarna negatief wordt, d.w.z. als de kathodespanning het potentiaal van het chassis passeert en negatiever wordt. Daar nu de genoemde weerstand van  $1\text{ M}\Omega$ , met betrekking tot den inwendigen weerstand der diode zeer groot is, krijgt de anode dezelfde spanning als het bedrag der kathodespanning.

### Berekening der vertraagde en versterkte a.s.r.

Vertraagd systeem A. We zullen bij de berekening van zoo'n systeem andere eischen stellen dan in het vroegere voorbeeld, dat bij de kromme van fig. 13 hoort. Wij stellen nu voorop, dat de regeling vertraagd wordt tot een roosterwisselspanning  $e_{11} = 20\text{ V}$  op de eindlamp. Dan zet de a.s.r. in en we nemen verder aan, dat  $e_{42}$ , dus de maximale roosterwisselspanning  $1,5 \times e_{11}$  bedraagt bij een max. antennesignaal van ca. 2,5 volt. Deze spanning is de uiterste, die in de antenne verwacht kan worden, en we kunnen zoo een zeer effectieve regeling bereiken. Bij 20 volt wisselspanning op de eindlamp is deze overbelast, we moeten er echter op letten, dat we de eindlamp ook bij minder dan 30 % modulatie nog vol

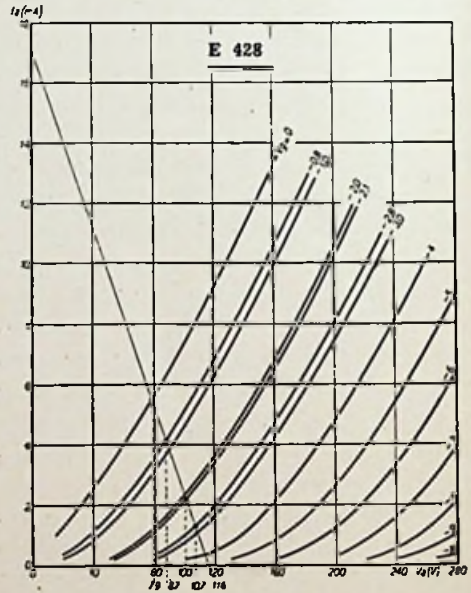


Fig. 19.

kunnen belasten. In andere gevallen kan men d.m.v. den hand-volumeregelaar de l.fr. versterking zoo veel verminderen, dat geen overbelasting optreedt.

We nemen weer aan, zooals bij vorige

berekeningen, dat de l.fr. versterking 80-voudig is. Zooals uit tabel 2 blijkt, bedraagt de antenne signaalspanning bij  $e_4 = e_{41} = 20$  volt,  $306 \mu V$ . We krijgen dus bij 2,5 volt een  $\frac{2,5}{306 \cdot 10^{-6}} = 8000$ -voudige toename. Daar bij deze spanning  $e_4 = e_{12} = 30$  volt is, moet de versterking dan  $\frac{8000}{1,5} = \text{ca. } 5000$ -voudig kleiner zijn dan bij  $e_{41} = 20$  volt. Uit de kromme van fig. 14 lezen we hiervoor een regelspanning van  $-7$  volt af, als we n.l. dezelfde lampen als in tabel 2 gebruiken. Uit tabel 1 zien we, dat voor de diode, wanneer de regeling moet inzetten, d.w.z. wanneer 20 volt op het rooster der eindlamp komt, de gelijkspanning aan den diodeweerstand 2,1 volt bedraagt. We kunnen door interpolatie in deze tabel vinden, dat bij  $e_4 = 30$  volt een gelijkspanning van 2,8 volt aan den diodeweerstand optreedt. Hieruit volgt, dat bij een spanningsverandering van 2,8 — 2,1 = 0,7 volt aan het rooster der regellamp, de weerstand  $R_k$  een spanningsverandering van 7 volt moet leveren. De versterking dezer lamp moet dus  $\frac{7}{0,7} = 10$ -voudig zijn.

Als de signaalsterkte van 0 tot het punt, waar de regeling inzet, aangroeit, stijgt de gelijkspanning aan den diodeweerstand van  $-0,8$  tot  $-2,1$  volt. Bij een 10-voudige versterking moet deze spanningsverandering met een spanningsval-variatie in  $R_k$  van  $10 \times 1,3 = 13$  volt overeenkomen. De kathoden moeten dus, wanneer geen signaal inkomt, een pos. spanning van 13 volt t.o.v. het chassis hebben. Wanneer wij nu de anode der regellamp (b.v. de E 428) aan een spanning van 100 volt t.o.v. het chassis aansluiten, bedraagt de werkelijke plaatspanning dus  $100 - 13 = 87$  volt, wanneer geen signaal inkomt. Bij deze plaat-

spanning is de neg. r.sp. 0,8 volt en we zoeken op de  $I_a - V_a$  karakteristieken voor  $-0,8$  volt het daarbij behorende punt. Als nu 2,5 volt antennesignaal inkomt, moet de kathodespanning  $-7$  volt worden. De spanning tusschen anode en kathode is dan 107 volt. Door interpolatie teekenen wij de  $I_a - V_a$  kromme voor  $V_k = -2,8$  volt en zoeken op deze kromme het punt, dat bij 107 volt plaatspanning behoort. De helling der verbindingslijn tusschen de twee punten is een maat voor weerstand  $R_k$ .

We lezen in het diagram een weerstand af van

$$R_k = \frac{116 \cdot 10^3}{17,1} = 6800 \Omega.$$

Tegelijkertijd vinden we de neg. spanning, waaraan  $R_k$  moet worden aangesloten en wel  $100 - 116 = -16$  volt. Men zal de neg. spanning natuurlijk zoo mogelijk van een reeds bestaand punt afnemen. Wanneer b.v. de neg. r.sp. der eindlamp  $-14$  volt is, kan men dit punt gebruiken. Wanneer geen signaal inkomt, moet de spanningsval in  $R_k$   $14 + 13 = 27$  volt bedragen. We berekenen voor

$R_k$  6800  $\Omega$ , zoodat  $I_a = \frac{27}{6803} = 4 \text{ mA}$  moet zijn. Bij deze stroom en  $V_k = -0,8$  vindt men het daarbij behorende punt op de  $I_a - V_a$  karakteristiek.

Bij het opmaken van de regelkromme veronderstelden we, dat de regellamp 10-voudig versterkte. De E 428 heeft echter een  $g = 28$ , zoodat het voor de hand ligt, deze zoo mogelijk te benutten en de regeling nog effectiever te maken.

Daar de waarde van den kathodeweerstand 20.000 ohm niet mag overschrijden, kan echter hoogstens een 17-voudige versterking bereikt worden.

Wanneer we eenzelfde vertraging als in het laatste voorbeeld vooropstellen, zal de spanningsverandering aan  $R_k$ , waarbij nog geen regeling optreedt  $17 \times (2,1$

—0,8) = 22 volt zijn. De berekening wordt nu iets anders. Men zal eerst, zoals in tabel 2 berekenen, hoe het verloop der regelkromme wordt. Er wordt een zeer kleine, b.v. 1,2-voudige, toename van de luidsprekerspanning vooropgesteld en het daarbij behorende antennesignaal berekend. Daar deze toename willekeurig is, zal het nog moeten blijken of het hiervoor gevonden antennesignaal groter of kleiner is dan het maximum, dat ooit kan voorkomen. In ieder geval heeft men dan een punt van de regelkromme gevonden. Men kan nu de regelkromme voorloopig als recht beschouwen, dus het gevonden punt direct met het aangenomen punt 1 verbinden. Van deze voorloopige regelkromme kan men dan aflezen, welke uitgangsspanning men bij een maximaal antennesignaal werkelijk verkrijgt. Door nu terug te rekenen, zal men gemakkelijk de neg. spanning vinden, die men uit den detector verkrijgt, dat wil dus ook zeggen, den spanningsval aan  $R_x$ . Dit bedrag moet men immers kennen om te weten, aan welke neg. spanning  $R_x$  moet aangesloten worden. De berekening van  $I_a$  en  $V_a$  voor de regellamp vindt men dan weer, zoals in het vorige voorbeeld.

**Opmerkingen.** Op één punt moet men bij dit systeem nog letten en wel, dat de regeldiode bij ca. + 1,3 volt kathodespanning begint te regelen. Dat geeft natuurlijk in de vertraging een kleine onnauwkeurigheid, die men zou kunnen vermijden door de anodespanning en de neg. spanning aan  $R_x$  1,3 volt meer positief te maken. Bij het laatste voorbeeld zouden deze dus 101,3 en — 14,7 volt bedragen.

De versterkte a.s.r. volgens fig. 15a geeft in de praktijk een kleine moeilijkheid, daar de regelspanning, die men uit de regellamp betreft, afhankelijk is van de afwijkingen der verschillende gebruikte weerstanden. De fout bedraagt een

zekere percentage van de totaalspanning aan  $R_x$ . Het zal dus duidelijk zijn, dat men deze spanning niet grooter maakt dan noodig is, d.w.z. men sluit  $R_x$  niet aan een hogere neg. spanning aan dan uit de berekening blijkt. Men krijgt hierdoor bovendien nog een stroombesparing.

Een kleine fout zal bij het vertraagde systeem niet den minsten invloed op de gevoeligheid van het toestel hebben. Slechts de regelkromme wordt iets anders. Zonder vertraging zijn de neg. r. spanningen der geregelde lampen van de percentage-fout in de gebruikte weerstanden afhankelijk, zoodat de mogelijkheid groot is, dat deze lampen te veel of te weinig r.sp. krijgen. In het algemeen zal het versterkte systeem door vertraging verbeteren.

**Vertraagd Systeem B.** Een tweede, zeer gebruikelijk systeem voor vertraagde en versterkte a.s.r. geeft fig. 15 b. De vertraging krijgt men door de regellamp andere neg. r. sp. te geven.

Uit de krommen van fig. 17 volgt, dat men de neg. r. sp. (do:r  $R_1$  verkregen) en de schermroosterspanning zóó kan kiezen, dat de toename van den plaatstroom tot aan een zekere h.fr. signaalsterkte vertraagd wordt. Men ziet, dat hier geen scherpe scheiding tusschen vertraging en actieve regeling bestaat.

De berekening van het systeem is zeer eenvoudig. Men kent het h.fr. signaal aan den detector, dus ook aan de regellamp, waarbij de eindlamp volbelast wordt, en waar dus de a.s.r. moet inzetten. Als wij voor de regelkromme dezelfde eischen stellen als bij systeem A, vinden we voor het aanvangspunt voor de regeling uit tabel 1 een h.fr. signaal  $e_2 = 1,1$  volt aan de diode. We nemen weer aan, dat de uitgangsspanning 1,5 maal stijgen mag tot het max. antennesignaal van 2,5 volt;  $e_2$  mag dan ca. 1,6 volt worden en daarbij behoort een regelspanning van 7 volt.

Er mag echter nog geen roosterstroom loopen, zoodat de neg. r.sp. aan  $R_1$  minstens  $1,6 \sqrt{2} + 1,3 = 3,6$  volt moet zijn. Men kiest de schermroosterspanning zóó, dat de anodestroom bij 1 volt h.fr. signaal begint te stijgen. Uit fig. 17 kiest men b.v. de kromme  $V_{r_2} = 100$  V en  $V_k = -6$  V. Men ziet dat de anodestroom ongeveer 0,1 mA toeneemt, wanneer het h.fr. signaal van 1,1 tot 1,6 volt stijgt. Om dus de verlangde 7 volt regelspanning te krijgen, heeft men een weerstand  $R_a = 70.000 \Omega$  nodig. Men kan  $R_a$  grooter kiezen om een sterkere regeling te verkrijgen. De vertraging wordt hierdoor niet beïnvloed. We raden echter aan  $R_a$  niet grooter dan  $0,3 M \Omega$  te kiezen, daar anders de verandering der lampgevens een te grooten invloed op de be-

ginspanning over  $R_a$  uitoefent. De keuze der anodespanning, evenals de neg. spanning is niet zeer gewichtig. Deze moet echter, zooals reeds gemeld werd, minstens  $20 + 7 = 27$  volt bedragen (zie hiervoor het beschrevene bij systeem B). Daar de schermroosterspanning hooger is, is het het eenvoudigste, de twee spanningen gelijk te maken, dus 100 volt.

Indien echter toevallig een spanning van  $-75$  of  $-50$  volt ter beschikking staat, kan men die ook gebruiken, daar bij deze schermroosterspanning ook een zoodanige kromme verkregen kan worden, dat een vertraging tot 1,1 volt optreedt, terwijl men met  $R_1$  de vereischte neg. r.sp. instelt. De pos. spanning voor  $R_a$  zal men doorgaans van het chassis kunnen afnemen.

## Beknopte Cursus Goniometrie.

Door B. SLIKKERVEER.

Hieronder volgen eenige voorbeelden van verbindingen tusschen functies van een enkelen hoek.

Bewijs de volgende gelijkheid:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} &= \sin \alpha \cos \alpha \\ \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} &= \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha}} = \\ &= \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}} = \\ &= \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1} \times \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \\ &= \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned}$$

Vereenvoudig:

$$\begin{aligned} &\operatorname{cosec}^4 \alpha (1 - \cos^4 \alpha) - 2 \cotg^2 \alpha \\ \text{De vorm laat zich schrijven:} \\ &\operatorname{cosec}^4 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) (1 + \cos^2 \alpha) - \\ &\quad - 2 \cotg^2 \alpha = \\ &= \operatorname{cosec}^4 \alpha \sin^2 \alpha (1 + \cos^2 \alpha) - \\ &\quad - 2 \cotg^2 \alpha = \\ &= \operatorname{cosec}^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - 2 \cotg^2 \alpha = \\ &= 1 + 2 \cotg^2 \alpha - 2 \cotg^2 \alpha = 1. \end{aligned}$$

Vereenvoudig:

$$\begin{aligned} &\sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha - 1 - \cos^4 \alpha. \\ \text{De vorm laat zich aldus schrijven:} \\ &\sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) - \\ &\quad - \cos^4 \alpha = \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha - \\ &\quad - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha = \\ &= \cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha = \\ &= \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) = \\ &= \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = (\cos \alpha \sin \alpha)^2. \end{aligned}$$

We gaan nu over tot de functies van de som en het verschil van 2 hoeken en als gevolg van die formules komen we dan vanzelf tot de functies van 3 of meer hoeken.

Zij in figuur 1  $\angle AOB = \alpha$  en  $\angle BOC = \beta$ , dus  $\angle AOC = \alpha + \beta$ .

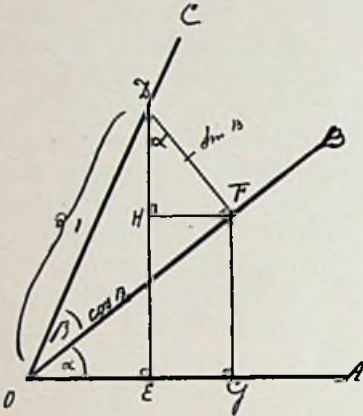


Fig. 1.

We zullen nu een formule afleiden voor  $\sin(\alpha + \beta)$  en  $\cos(\alpha + \beta)$ , waaruit we zien dat die functies van  $(\alpha + \beta)$  zich laten uitdrukken in functies van de enkele hoeken  $\alpha$  en  $\beta$ .

We nemen op het been OC (sombeen) een punt D en beschouwen OD als eenheid van maat en laten uit D een loodlijn DE neer op het been OA, een loodlijn DF op het been OB, alsmede een loodlijn FH op DE.

$$\text{Nu is: } \frac{DE}{OD} = \frac{DE}{1} = DE =$$

$$= \sin(\alpha + \beta)$$

$$\frac{DF}{OD} = \frac{DF}{1} = DF = \sin \beta,$$

$$\frac{OF}{OD} = \frac{OF}{1} = OF = \cos \beta.$$

We hebben nu  $DE = \sin(\alpha + \beta) = DH + HE = DH + FG$ .

$$\text{In } \triangle DHF \text{ is } \frac{DH}{DF} = \cos \alpha \text{ (daar}$$

$\angle FDH = \alpha$ ) dus  $DH = DF \cos \alpha$  en daar  $DF = \sin \beta$ , is  $DH = \cos \alpha \sin \beta$ .

$$\text{In } \triangle FOG \text{ is } \frac{FG}{OF} = \sin \alpha \text{ dus } FG =$$

$= OF \sin \alpha = \cos \beta \sin \alpha$  ( $OF = \cos \beta$ ).

Alzoo  $\sin(\alpha + \beta) = DE = DH +$

$$+ FG = \cos \alpha \sin \beta + \cos \beta \sin \alpha \text{ of}$$

$$\sin(\alpha + \beta) =$$

$$= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad (1)$$

Uit dezelfde figuur volgt:

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{OE}{OD} = OE = OG -$$

$$- EG = OG - HF.$$

$$\text{Nu is in } \triangle GOF \frac{OG}{OF} = \cos \alpha \text{ dus}$$

$$OG = OF \cos \alpha = \cos \beta \cos \alpha.$$

$$\text{In } \triangle FDH \text{ is } \frac{HF}{DF} = \sin \alpha \text{ dus } HF =$$

$$= DF \sin \alpha = \sin \beta \sin \alpha.$$

$$\text{Alzoo } \cos(\alpha + \beta) = OG - HF =$$

$$= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) =$$

$$= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad (2)$$

$$\text{Daar } \text{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}$$

vinden we:

$$\text{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} =$$

$$\frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}$$

en nu teller en noemer beide deelende door  $\cos \alpha \cos \beta$ , vinden we:

$$\text{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}}{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}}$$



$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad (3)$$

Uit de formules 1, 2 en 3 kunnen we nu weer formules afleiden voor de functies sinus, cosinus en tangens van den dubbelen hoek.

Immers stellen we in de formules 1, 2 en 3  $\beta = \alpha$ , dan hebben we:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin(\alpha + \alpha) = \\ &= \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha \\ \text{of } \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos(\alpha + \alpha) = \\ &= \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \\ \text{of } \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad (5) \end{aligned}$$

We kunnen  $\cos 2\alpha$  ook nog op andere wijze schrijven, nl.:

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \\ 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{of wel } \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \\ &= \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad (7) \end{aligned}$$

Op de formules 6 en 7 komen we straks nader terug, maar de aandacht wordt er op gevestigd dat voor  $\cos 2\alpha$  de 3 formules 5, 6 en 7 even belangrijk zijn.

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \operatorname{tg}(\alpha + \alpha) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha}$$

$$\text{of } \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (8)$$

We gaan nu over tot de functies van het verschil van 2 hoeken.

Zij in figuur 2  $\angle AOB = \alpha$  en  $\angle BOC = \beta$  dus  $\angle AOC = (\alpha - \beta)$ .

We gaan nu formules afleiden voor  $\sin(\alpha - \beta)$ ,  $\cos(\alpha - \beta)$  en  $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$  en zullen dan zien dat die functies zich weer geheel laten uitdrukken in functies van de enkele hoeken  $\alpha$  en  $\beta$ .

We nemen op het been OC (verschil-been) een punt D, beschouwen OD weer als eenheid van maat en laten uit D een

loodlijn DE neer op het been OH, een loodlijn DF op OB, alsmede een loodlijn FH op DE.

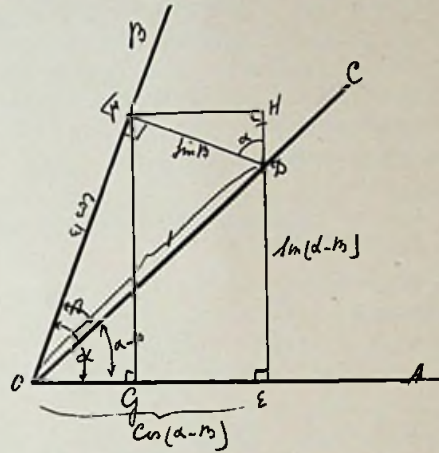


Fig. 2.

$$\text{Nu is } \frac{DE}{OD} = \frac{DE}{1} = DE = \sin(\alpha - \beta).$$

$$\frac{DF}{OD} = \frac{DF}{1} = DF = \sin \beta.$$

$$\frac{OF}{OD} = \frac{OF}{1} = OF = \cos \beta.$$

$$\text{We hebben nu: } DE = \sin(\alpha - \beta) = HE - HD = FG - HD.$$

$$\begin{aligned} \text{Nu is } \frac{FG}{OF} &= \sin \alpha \text{ dus } FG = OF \sin \alpha = \\ &= \cos \beta \sin \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{HD}{FD} &= \cos \alpha \text{ dus } HD = FD \cos \alpha = \\ &= \sin \beta \cos \alpha. \end{aligned}$$

Zoodat

$$\sin(\alpha - \beta) = FG - HD = \cos \beta \sin \alpha - \sin \beta \cos \alpha$$

dus

$$\begin{aligned} \sin(\alpha - \beta) &= \\ &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad (9) \end{aligned}$$

Uit dezelfde figuur volgt

$$\cos(\alpha - \beta) = \frac{OE}{OD} = \frac{OE}{1} = OE = \\ = OG + GE = OG + HF.$$

Nu is  $\frac{OG}{OF} = \cos \alpha$  dus  $OG = OF \cos \alpha = \cos \beta \cos \alpha$ .

$$\frac{HF}{FD} = \sin \alpha \text{ dus } HF = FD \sin \alpha = \\ = \sin \beta \sin \alpha$$

Zoodat

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad (10)$$

Daar  $\text{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)}$  vinden we

$$\text{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \\ = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}$$

en nu teller en noemer beide deelende door  $\cos \alpha \cos \beta$ , vinden we

$$\text{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} - \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}}{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}} \text{ of} \\ \text{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\text{tg} \alpha - \text{tg} \beta}{1 + \text{tg} \alpha \text{tg} \beta} \quad (11)$$

Uit de formules voor  $\cos 2\alpha$ , n.l.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha, \text{ vinden we} \\ 1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha, \text{ waaruit volgt}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}$$

Zoo hebben we ook:

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \text{ of} \\ 1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha, \text{ waaruit}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}$$

Uit deze beide formules volgt door deeling

$$\text{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}}{\sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}} = \\ = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}}$$

We zien hier dus den sinus, cosinus en tangens van een enkelen hoek uitgedrukt in de functie van den dubbelen hoek.

Waar de functies van den dubbelen hoek uitgedrukt worden in die van den enkelen hoek, kunnen we natuurlijk de functies van den enkelen hoek uitdrukken in die van den halven hoek.

We hebben n.l.:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \text{ en dus bijv.} \\ 2\alpha \text{ vervangende door } \alpha', \text{ dus } \alpha \text{ door} \\ \frac{1}{2} \alpha', \text{ vinden we}$$

$$\sin \alpha' = 2 \sin \frac{1}{2} \alpha' \cos \frac{1}{2} \alpha' \text{ of}$$

$$\text{kortweg } \sin \alpha = 2 \sin \frac{1}{2} \alpha \cos \frac{1}{2} \alpha.$$

$$\text{Zoo ook: } \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \text{of } 1 - 2 \sin^2 \alpha \text{ of } 2 \cos^2 \alpha - 1$$

geeft:

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{1}{2} \alpha - \sin^2 \frac{1}{2} \alpha$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha$$

$$\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{1}{2} \alpha - 1$$

waaruit verder weer:

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\text{tg} \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

Samenvattende hebben we dus als grondformules gevonden:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \\ + \cos \alpha \sin \beta \quad (1)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad (2)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad (3)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad (4)$$

en als afgeleiden daarvan:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad (5)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad (6)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (7)$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad (8)$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad (9)$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad (10)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (11)$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}} \quad (12)$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}} \quad (13)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}} \quad (14)$$

terwijl uit (7 t/m 14) nog volgen:

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{1}{2} \alpha \cos \frac{1}{2} \alpha \quad (15)$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{1}{2} \alpha - \sin^2 \frac{1}{2} \alpha \quad (16)$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha \quad (17)$$

$$\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{1}{2} \alpha - 1 \quad (18)$$

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad (19)$$

$$\cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \quad (20)$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \quad (21)$$

Men bedenke wel dat het door en door kennen van deze formules een eerste ver-

eischte is om met vrucht de goniometrie te kunnen gebruiken.

Het spreekt vanzelf dat we met de nu gevonden grondformules en afgeleiden daarvan ook formules kunnen vinden voor de som of het verschil van 3 en meer hoeken, welke formules evenwel niet uit het hoofd behoeven te worden gekend.

Laten we bijv. eens afleiden de formules voor  $\sin(a + b - c)$ ,  $\operatorname{tg}(a - b + c)$ ,  $\sin 3a$ ,  $\cos 3a$  en  $\operatorname{tg} 3a$ .

a.

$$\sin(a + b - c) = \sin[(a + b) - c].$$

We beschouwen dus  $(a + b)$  voorlopig als een enkelen hoek en krijgen dan na uitwerking van de functies van  $(a + b)$  de formule uitgedrukt in de functies van de enkele hoeken  $a$ ,  $b$  en  $c$ .

Aldus:

$$\begin{aligned} \sin[(a + b) - c] &= \sin(a + b) \times \\ &\times \cos c - \cos(a + b) \sin c = \\ &= (\sin a \cos b + \cos a \sin b) \cos c - \\ &= (\cos a \cos b - \sin a \sin b) \sin c = \\ &= \sin a \cos b \cos c + \sin b \cos a \cos c - \\ &= \sin c \cos a \cos b + \sin a \sin b \sin c \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(a - b + c) &= \operatorname{tg}[(a - b) + c] = \\ &= \frac{\operatorname{tg}(a - b) + \operatorname{tg} c}{1 - \operatorname{tg}(a - b) \operatorname{tg} c} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b}{1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b} + \operatorname{tg} c \\ &= \frac{(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b) \operatorname{tg} c}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b} + \operatorname{tg} c \\ &= \frac{(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b) \operatorname{tg} c + \operatorname{tg} c (1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b)}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b} \end{aligned}$$

Na vermenigvuldiging van teller en noemer met  $1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b$  vinden we verder  $\operatorname{tg}(a - b + c) =$

$$\frac{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c}{1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} c + \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c}$$

c.

$$\sin 3a = \sin(2a + a) =$$

$$= \sin 2a \cos a + \cos 2a \sin a.$$

Voor  $\sin 2a$  invullende  $2 \sin a \cos a$

en voor  $\cos 2a = 1 - 2\sin^2a$ , vinden we verder:

$$\begin{aligned}\sin 3a &= 2 \sin a \cos a \cos a + \\ &+ (1 - 2\sin^2a) \sin a = \\ &= 2 \sin a \cos^2a + \sin a - 2\sin^3a = \\ &= 2 \sin a (1 - \sin^2a) + \sin a - \\ &\quad - 2\sin^3a = \\ &= 3 \sin a - 4 \sin^3a.\end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned}\cos 3a &= \cos (2a + a) = \\ &= \cos 2a \cos a - \sin 2a \sin a = \\ &= (2\cos^2a - 1) \cos a - 2 \sin a \cos a \sin a = \\ &= 2 \cos^3a - \cos a - 2 \sin^2a \cos a,\end{aligned}$$

hetgeen na uitwerking oplevert:

$$4 \cos^3a - 3 \cos a.$$

e.

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} 3a &= \operatorname{tg} (2a + a) = \\ &= \frac{\operatorname{tg} 2a + \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg} 2a \operatorname{tg} a} = \frac{\frac{2 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg}^2a} + \operatorname{tg} a}{1 - \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg}^2a} \operatorname{tg} a}\end{aligned}$$

Teller en noemer vermenigvuldigende met  $1 - \operatorname{tg}^2a$  vinden we:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} 3a &= \frac{2 \operatorname{tg} a + \operatorname{tg} a - \operatorname{tg}^3a}{1 - \operatorname{tg}^2a - 2 \operatorname{tg}^2a} = \\ &= \frac{3 \operatorname{tg} a - \operatorname{tg}^3a}{1 - 3 \operatorname{tg}^2a}\end{aligned}$$

De laatste formule ( $\operatorname{tg} 3a$ ) hadden we natuurlijk ook kunnen vinden door het quotient te nemen van  $\sin 3a$  en  $\cos 3a$ , aldus

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} 3a &= \frac{\sin 3a}{\cos 3a} = \\ &= \frac{3 \sin a - 4 \sin^3a}{4 \cos^3a - 3 \cos a} = \\ &= \frac{\sin a (3 - 4 \sin^2a)}{\cos a (4 \cos^2a - 3)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{\sin a}{\cos a} \times \frac{3 - 4 \sin^2a}{\frac{\cos^2a}{3}} = \\ &= \operatorname{tg} a \times \frac{3 \sec^2a - 4 \operatorname{tg}^2a}{4 - 3 \sec^2a}\end{aligned}$$

Nu is  $\sec^2a = 1 + \operatorname{tg}^2a$  dus hebben we

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} 3a &= \frac{\operatorname{tg} a (3 + 3 \operatorname{tg}^2a - 4 \operatorname{tg}^2a)}{4 - 3 - 3 \operatorname{tg}^2a} = \\ &= \frac{3 \operatorname{tg} a - \operatorname{tg}^3a}{1 - 3 \operatorname{tg}^2a}\end{aligned}$$

Na de behandeling van de *functies van de som of het verschil van hoeken*, gaan we nu over tot de *som of het verschil van de functies* van 2 hoeken en als gevolg daarvan weer de *som of het verschil van functies* van 3 of meer hoeken.

We zullen allereerst afleiden de formules voor de volgende 4 combinaties, n.l. (als P en Q voorstellen 2 verschillende hoeken, onverschillig in welk kwadrant)

$$\begin{aligned}\sin P + \sin Q \\ \sin P - \sin Q \\ \cos P + \cos Q \\ \cos P - \cos Q\end{aligned}$$

We hebben:

$$\begin{aligned}\sin (a + b) &= \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ \sin (a - b) &= \sin a \cos b - \cos a \sin b\end{aligned}$$

bij elkaar opgeteld:

$$\sin (a + b) + \sin (a - b) = 2 \sin a \cos b$$

Stel nu

$$\begin{aligned}a + b &= P \\ a - b &= Q\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{dan is } a &= \frac{1}{2} (P + Q) \\ b &= \frac{1}{2} (P - Q)\end{aligned}$$

We vinden dus:

$$\begin{aligned}\sin (a + b) + \sin (a - b) &= 2 \sin a \cos b \\ \text{of } \sin P + \sin Q &= \\ = 2 \sin \frac{1}{2} (P + Q) \cos \frac{1}{2} (P - Q) & \quad (22)\end{aligned}$$

Voorts:

$$\sin (a + b) - \sin (a - b) = 2 \cos a \sin b$$

$$\sin P - \sin Q = 2 \cos \frac{1}{2}(P+Q) \sin \frac{1}{2}(P-Q) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \cos(a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \end{aligned}$$

bij elkaar opgeteld:

$$\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$$

of

$$\cos P + \cos Q = 2 \cos \frac{1}{2}(P+Q) \cos \frac{1}{2}(P-Q) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \cos(a+b) - \cos(a-b) &= -2 \sin a \sin b \\ \cos P - \cos Q &= -2 \sin \frac{1}{2}(P+Q) \sin \frac{1}{2}(P-Q) \quad (25) \end{aligned}$$

Deze formules zijn zeer belangrijk en dienen om de som of het verschil van de sinussen en cosinussen van 2 hoeken om te zetten in een product.

Men zal nu vragen waarom is er geen formule afgeleid voor bijv.  $\sin P + \cos Q$ .

Het antwoord luidt dat zulks niet noodig is, daar een som of verschil van een sinus en een cosinusfunctie altijd omgezet kan worden in een som of verschil van 2 sinusfuncties of cosinusfuncties.

Voorbeelden:

a.  $\sin 48^\circ + \sin 36^\circ = 2 \sin \frac{1}{2}(48^\circ + 36^\circ) \cos \frac{1}{2}(48^\circ - 36^\circ) = 2 \sin 42^\circ \cos 6^\circ$

b.  $\sin 70^\circ - \sin 57^\circ = 2 \sin \frac{1}{2}(70^\circ - 57^\circ) \cos \frac{1}{2}(70^\circ + 57^\circ) = 2 \sin 6^\circ 30' \cos 63^\circ 30'$

c.  $\cos 60^\circ + \cos 40^\circ = 2 \cos 50^\circ \cos 10^\circ$

d.  $\cos 80^\circ - \cos 60^\circ = -2 \sin 70^\circ \sin 10^\circ$

e.  $\sin 50^\circ + \cos 20^\circ = \sin 50^\circ + \sin 70^\circ$   
 daar  $\cos 20^\circ = \sin(90^\circ - 20^\circ) = \sin 70^\circ$   
 dus  $\sin 50^\circ + \cos 20^\circ = \sin 50^\circ + \sin 70^\circ = 2 \sin 60^\circ \cos 10^\circ$  en daar  $\cos(-10^\circ)$  gelijk is aan  $\cos 10^\circ$  hebben we  
 $\sin 50^\circ + \cos 20^\circ = \sin 50^\circ + \sin 70^\circ = 2 \sin 60^\circ \cos 10^\circ$

\* \* \*

De formules 22 t/m 24 die we hier algebraïsch afgeleid hebben, zullen we nu ook nog eens meetkundig aantoonen.

Zij in fig. 3  $\angle AOB = \alpha$ ,  $\angle AOC = \beta$   
 $OB = OC = 1$  (eenheid van maat), dan hebben we:  $BD = \sin \alpha$ ,  $OD = \cos \alpha$ ,  
 $CE = \sin \beta$  en  $OE = \cos \beta$ .

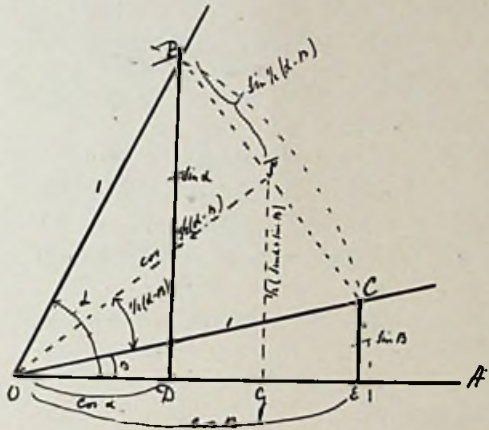


Fig. 3.

Nu moeten we dus aantonen:

- a.  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$   
 b.  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$   
 c.  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$   
 d.  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ .

Bewijs van a.

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta).$$

We laten uit O een loodlijn OF neer op BC, dan is  $BF = FC$ , dus  $BC = 2 BF$  en verder een loodlijn FG op OA, dan is FG de helft van  $BD + CE$ , of  $BD + CE = 2 FG$ .

Nu is:

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= BD + CE = 2 FG. \\ \text{In } \triangle OFG \text{ hebben we } \angle GOF &= \beta + \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \text{ en} \end{aligned}$$

$$\frac{OF}{OB} = \frac{OF}{OC} = \frac{OF}{1} = \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

en verder  $\frac{FG}{OF} = \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$  dus

$$FG = OF \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) = \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$$

of

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= 2 FG = \\ &= 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta). \end{aligned}$$

*Bewijs van c.*

$$\begin{aligned} \cos \alpha + \cos \beta &= \\ &= 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta). \end{aligned}$$

In dezelfde fig. 3 hebben we:

$$\cos \alpha + \cos \beta = OD + OE = 2 OG.$$

Nu is weer in  $\triangle OFG$ :  $\frac{OG}{OF} = \cos GOF$

of  $OG = OF \cos GOF = \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$ ,  
dus  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 OG = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$ .

*Bewijs van b.*

$$\begin{aligned} \sin \alpha - \sin \beta &= \\ &= 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta). \end{aligned}$$

In figuur 4 hebben we:

$$\begin{aligned} \sin \alpha - \sin \beta &= BD - CE = \\ &= BD - KD = BK. \end{aligned}$$

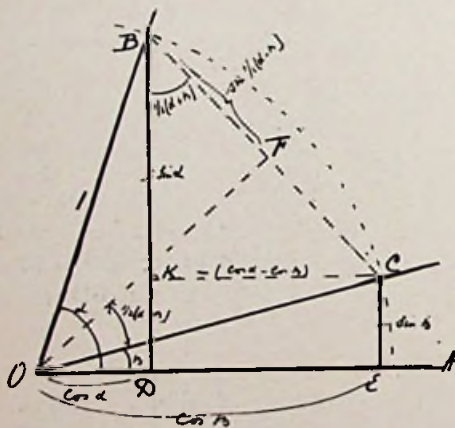


Fig. 4.

Nu is in  $\triangle BCK$   $\frac{BK}{BC} = \cos CBK =$

$\cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$ ,  
dus  $BK = BC \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$  en aangezien  $BC = 2 BF$  en

$$\frac{BF}{OB} = \frac{BF}{1} = BF = \sin BOF =$$

$\sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$ , hebben we  $\sin \alpha - \sin \beta = BK = BC \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) = 2 BF \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$ .

*Bewijs van d.*

$$\begin{aligned} \cos \alpha - \cos \beta &= \\ &= -2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta). \end{aligned}$$

In dezelfde fig. 4 hebben we:

$$\cos \alpha - \cos \beta = OD - OE = -DE = -KC, \text{ dus } KC = -(\cos \alpha - \cos \beta).$$

Nu is in  $\triangle BKC$   $\frac{KC}{BC} = \sin CBK =$

$\sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$ , dus  $KC = BC \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$

en aangezien

$$BC = 2 BF = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

hebben we

$$\begin{aligned} KC &= 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta); \\ \text{dus } \cos \alpha - \cos \beta &= -KC = \\ &= -2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta). \end{aligned}$$

Zoals we zien is het algebraïsche bewijs korter, doch de meetkundige oplossing eischt een goed inzicht in het wezen en gebruik van de functies.

Hier volgen nog eenige voorbeelden van sommen of verschillen van functies van 3 hoeken.

a. Bewijs voor  $\alpha + \beta + \nu = 180^\circ$ .

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta - \sin \nu &= \\ &= 4 \sin \frac{1}{2} \alpha \sin \frac{1}{2} \beta \cos \frac{1}{2} \nu. \end{aligned}$$

De samenvoeging van  $\sin \alpha$  en  $\sin \beta$  geeft voor het 1e lid van de gelijkheid:  $2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta) - \sin \nu$  en nu ligt het voor de hand, gezien ook het 2e lid, om voor den hoek  $\nu$  ook den

halven hoek in te voeren, dus voor  $\sin v$  te schrijven  $2 \sin \frac{1}{2} v \cos \frac{1}{2} v$ .

Het eerste lid wordt dan

$$2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta) - 2 \sin \frac{1}{2} v \cos \frac{1}{2} v.$$

Uit het gegevene  $\alpha + \beta + v = 180^\circ$  volgt

$$\frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \beta + \frac{1}{2} v = 90^\circ$$

$$\frac{1}{2} (\alpha + \beta) = 90^\circ - \frac{1}{2} v$$

dus  $\sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) = \cos \frac{1}{2} v$  en

$$\cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) = \sin \frac{1}{2} v$$

zoodat het 1e lid wordt:

$$2 \cos \frac{1}{2} v \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta) -$$

$$- 2 \sin \frac{1}{2} v \cos \frac{1}{2} v =$$

$$= 2 \cos \frac{1}{2} v [\cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta) - \sin \frac{1}{2} v].$$

We zien dus den factor  $\cos \frac{1}{2} v$  uit het 2e lid reeds verschijnen, zoodat het nu logisch is verder te werken in  $\frac{1}{2} \alpha$  en  $\frac{1}{2} \beta$ , en dus  $\sin \frac{1}{2} v$  in de laatst gevonden uitdrukking weer te vervangen door  $\cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$ .

We krijgen dan als 1e lid

$$2 \cos \frac{1}{2} v [\cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta) -$$

$$- \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)],$$

alweer als factor dus een verschil van

2 cosinusfuncties, dit uitgewerkt geeft:

$$2 \cos \frac{1}{2} v \times - 2 \sin \frac{1}{2} \alpha \sin - \frac{1}{2} \beta$$

en dus waar  $\sin - \frac{1}{2} \beta = - \sin \frac{1}{2} \beta$ :

$4 \sin \frac{1}{2} \alpha \sin \frac{1}{2} \beta \cos \frac{1}{2} v$ , hetgeen gevraagd werd te bewijzen.

Dit voorbeeld geeft aan, dat zeer vaak sommen of verschillen van functies worden omgezet in producten hetgeen van groot belang is voor logarithmische bewerkingen.

De lezer bewijze voor zichzelf nu eens de volgende betrekkingen tusschen hoeken, waarvan de som  $180^\circ$  is (dus bijv. de hoeken van een driehoek).

$$1. \quad - \sin \alpha + \sin \beta + \sin v =$$

$$= 4 \cos \frac{1}{2} \alpha \sin \frac{1}{2} \beta \sin \frac{1}{2} v$$

$$2. \quad \cos \alpha + \cos \beta + \cos v =$$

$$= 1 + 4 \sin \frac{1}{2} \alpha \sin \frac{1}{2} \beta \sin \frac{1}{2} v$$

$$3. \quad \sin 2 \alpha + \sin 2 \beta + \sin 2 v =$$

$$= 4 \sin \alpha \sin \beta \sin v.$$

Hiermede is het voornaamste van de theorie van de goniometrie behandeld. Ik kan niet nalaten er nogmaals op te wijzen dat alleen het door en door kennen van de formules, van voor naar achter en van achter naar voor, iemand in staat stelt, de goniometrie bij techniek of natuurkunde met vrucht te gebruiken.

Voor wat betreft het gebruik van goniometrische tafels moge ik verwijzen naar de tafels zelf.

## Een nieuw muziekinstrument „De Marimbalite”.

Door M. VAN DER LEUN.

Het uitvinden van nieuwe en dan hoofdzakelijk elektrische muziek-instrumenten blijft tot nog toe voortgaan. Na het Theremin-apparaat, den Neo-Bechstein vleugel en de daarmee verwante strijkinstrumenten, lezen we nu in het Amerikaansche tijdschrift „Radio-Craft” van October over de door Dr. Philips Thomas gelanceerde „Marimbalite”.

Was het Theremin-apparaat gebaseerd op de interferentie tusschen twee fre-

quenties en de Neo-Bechsteinvleugel op het inductieverschijnsel, de Marimbalite is gebaseerd op de foto-electrische cel in verbinding met een Marimba of Xylofoon.

We weten dat de werking van de foto-electrische cel berust op de lichtintensiteit. Naarmate de kathode sterker belicht wordt, zal de anodestroom grooter worden door afneming van den inwendigen weerstand.

Zoo heeft Dr. Ph. Thomas een heele serie foto-electrische cellen naast elkaar opgesteld, die elk verbonden zijn met een relais.

Wordt een dezer cellen sterker belicht, dan wordt door middel van het bij deze foto-cel behorende relais een toon aangeslagen.

Om het z.g. rollen van den xylophonist te imiteeren is hiervoor een onderbrekingsrelais volgens het principe der electriche bel aangebracht.

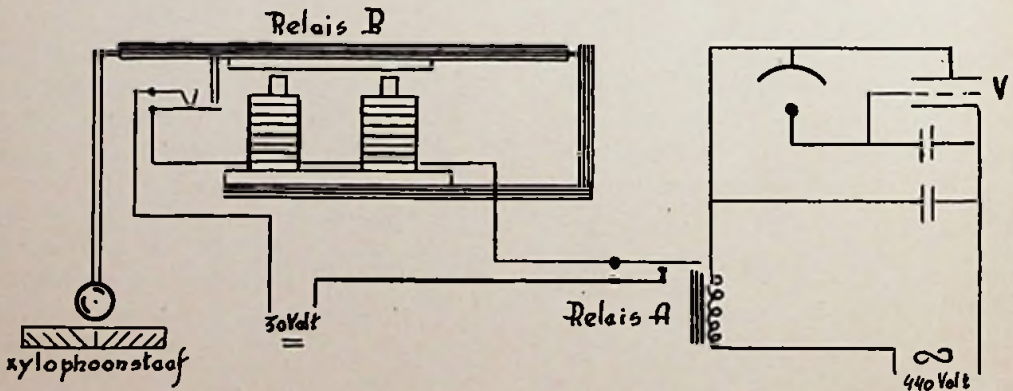
Bezien we de figuur, dan is de werking niet moeilijk te verklaren. Als één der foto-electrische cellen belicht wordt, is de stroom die dientengevolge gaat loopen, te klein om het relais A te kunnen laten aanslaan. Om toch dit relais den benodigden stroom te kunnen toevoeren, wordt de z.g. „grid-glow” lamp V gebruikt.

De anoden der foto-electrische cel en van lamp V zijn parallel verbonden aan de hoogspanningsbron. Er zal dus een zekere stroom vloeien door lamp V. We zien tevens, dat de kathode der foto-cel aan het rooster van lamp V verbonden is. Wordt nu de cel belicht, dan wordt tengevolge van den verminderden inwendigen weerstand op het rooster een tamelijk hooge positieve spanning gebracht, waardoor lamp V veel meer anodestroom zal nemen, wat dan voldoende is om relais A te doen aanslaan, tengevolge waar-

van de stroom gesloten wordt voor het interruptorrelais B. De hamer wordt dan in een zeker tempo op de xylofoon-staaf geslagen, waardoor het rollende geluid ontstaat.

Teneinde niet te vervallen in een geweldig groote constructie en voor elken toon een aparte foto-electrische cel met relaislamp te moeten gebruiken, heeft Dr. Thomas alleen het bovenregister volledig uitgevoerd; de lage tonen worden dan gecombineerd tot een accoord van vier tonen, welke door één foto-cel worden aangeslagen, zooals we dat ook dikwijls in een accordeon aantreffen. In het geheel staan 9 foto-electrische cellen aan den baskant opgesteld tesamen dus vertegenwoordigende 36 noten.

Een groot voordeel is gelegen in het feit, dat de plaatsspanning voor de cel en de relais-lamp niet afgevlakt behoeft te zijn, maar gewoon rechtstreeks vanuit een transformator op de platen komt. De gelijkstroom die relais A behoeft om contact C steeds gesloten te houden tijdens de belichting, wordt automatisch verkregen doordat de foto-electrische cel en lamp V toch maar naar één zijde stroom doorlaten. De vibrator (relais B) moet met gelijkstroom gevoed worden, daar anders het rollen niet voldoende geïmitteerd wordt en het vibreeren waarschijnlijk in te langzaam tempo zou geschieden.





Nu nog iets over de wijze waarop het instrument bespeeld wordt.

De cellen staan opgesteld op dezelfde wijze als de toetsen van een piano. Dus één rij in normale volgorde en een tweede rij daarachter, welke in groepen van drie en twee staan, corresponderende met de zwarte toetsen van een piano. De baskant is natuurlijk anders uitgevoerd, daar zooals reeds eerder gezegd, één cel tegelijk voor een accoord van 4 tonen moet dienen. De musicus plaatst zich nu achter het instrument met in beide handen een focuslantaarn. Met de rechterhand belicht hij de foto-cellen die de melodie moeten vormen, terwijl hij met zijn linkerhand de begeleiding verzorgt. Door met den duim den focusschakelaar te bedienen, wordt de duur van den toon bepaald, want zoo-

lang men één cel belicht, zal de toon of eigenlijk het rollen aanhouden. Ook wanneer men van toon gaat veranderen, zal de schakelaar zijn dienst bewijzen, want als het licht niet gedoofd werd, zou elke foto-elecrtische cel die tusschen de aangeslagen en een volgende nog aan te slane cel lag, ook even haar stem laten hooren, hetgeen meestal niet de bedoeling van den musicus is. Het bespelen van dit instrument moet volgens den ontwerper niet moeilijk zijn.

Afgezien van de aanschaffingskosten, welke een tamelijk hoog bedrag belopen, lijkt het onderhoud van een instrument met zooveel vitale deelen niet laag. We moeten het dan ook aan de toekomst overlaten of dit nieuwe instrument levensvatbaarheid bezit.

---

## Vereenigingsnieuws.

### BIBLIOTHEEK.

**Ranonkelstraat 23, Den Haag.**

Leestijd 14 dagen.

---

De catalogus 1934 wordt op aanvraag aan het Secretariaat der N. V. V. R, Obrechtstraat 106, den Haag, den leden toegezonden.

Aanwinsten:

*O. Kappelmayer* u. *J. Schneider*, Radio-Bestelbuch u. Rundfunk-Praktikum. 14e Aufl. 1934. 261 blz.

*A. C. Hofmann*, Sender-Praktikum für Kurzwellen-Amateure. 1934. 126 blz.

*O. Kappelmayer*, Der Mikro-Sender. 1934. 23 blz.

*J. Bloemsma*, Eenv. benad. v. lamp-karakt. d. anal. functies. 1934. 16 blz.

*H. Günter Engel* u. *K. Winter*, Rundfunk ohne Störungen. 1934. 177 blz.

*E. Nesper*, Modernisiere deinen Rundfunk-Empfänger. 1934. 151 blz.

*P. S. Gerbrandy*, Het vraagstuk van den radio-omroep. 1934. 105 blz.

*H. Günther* u. *A.* Handbuch der Kunktechnik u. i. Grenzgebiete. I. Theoretische Grundlagen. 1934. 224 blz.

*J. J. H. Vrijdaghs*, Inleiding tot de Radio-ontvangtechniek. 1934. 279 blz.

---

**Radio-Nieuws 1934.**  
(Zeventiende Jaargang).

---

**Register.**

---

	Blz.
Automatische sterkteregeling. Algemeene beschouwingen over — . . . . .	105 129
Boekbespreking . . . . .	15 76a
Braun'sche buis. Storende Lalo-vorming bij televisie met — . . . . .	17
Cursus. Beknopte — Goniometrie . . . . .	65 114 141
Distributie. Een half-aperiodische versterker voor antenne . . . . .	77
Drie programma's. Het distribueeren van — over twee dubbellijnen . . . . .	4
Fotocellen. De toepassing van — in sprekende-film-installaties . . . . .	85
Goniometrie. Beknopte cursus — . . . . .	65 114 141
Gramfoonopnemer. — Een constructiemogelijkheid voor den arm van een elec- trischen — . . . . .	1
Kruismodulatie . . . . .	29
Modulatiebrom, modulatieverdieping, vervorming der modulatie en kruismodulatie	29
Muziekinstrument. Een nieuw — „de Marimbalite” . . . . .	149
Ooreigenschap. Een nieuwe —? . . . . .	21
Pickup. Constructiemogelijkheid voor den arm van een — . . . . .	1
Pickup. Hoe plaatsen we de —? . . . . .	22
Plaatstroomapparaten. Constructie en berekening van — . . . . .	15
Televisie op de Berlijnsche tentoonstelling. . . . .	112
Vereenigingsnieuws . . . . .	52 76a 128 151
Versterker. Een half-aperiodische — voor antenne-distributie . . . . .	77
Ijzerkernspoelen. Electriche verliezen in — . . . . .	53 94

---

EEN VOOR ELKEN VAKMAN ONMIS-  
BARE PRACTISCHE HANDLEIDING

# DE BESTRIJDING VAN RADIO-STORINGEN

MET 56 AFBEELDINGEN EN TAL  
VAN PRACTISCHE VOORBEELDEN

In handig zakformaat - Prijs f 1.50

## INHOUD:

- |   |  |
|---|--|
| 1. Inleiding.   | 7. De juiste keuze der hulpmiddelen.                     |
| 2. Oorzaak en voortplanting van radio-<br>storingen.    | 8. Het vaststellen der benodigde<br>condensator-waarden. |
| 3. De voornaamste storingsbronnen.                      | 9. Practische schakelingen.                              |
| 4. Het opsporen der storingsbronnen.                    | 10. Het installeren der anti-storings-<br>hulpmiddelen.  |
| 5. Hulpmiddelen ter bestrijding van<br>radio-storingen. | 11. Eenige montage-voorbeelden.                          |
| 6. Principele schakelingen.                             | 12. De bestrijding van tramstoringen.                    |

## UIT DE PERSBEOORDEELINGEN:

### RADIO-EXPRES:

. . . . . Daarom is dit boekje van nut in handen van iederen radio-installateur, zoowel als in die van elken installateur van electriche apparaten en van den amateur en luisteraar, omdat deze met meer klem voor zijn belangen kan opkomen, wanneer hij kan wijzen op de veelal eenvoudige hulpmiddelen, die voor opheffing van hinderlijke storingen ter beschikking staan . . . . .

### RADIO:

. . . . . en wij hopen, dat het uitmuntende en helder geschreven boekje door zeer velen zal worden gelezen en nuttig zal worden gebruikt . . . . .  
. . . . . Wij mogen den schrijver dankbaar zijn voor de moeite, die hij zich heeft genomen en die zeker ten volle met succes is bekroond. Het boekje van Veenstra behoort vanaf heden bij iederen radiohandelaar aanwezig te zijn en door hem gelezen en bestudeerd te worden.

### HET VADERLAND:

. . . . . het is goed, dat ieder de middelen om toestellen storingvrij te maken bij de hand heeft. Dit handige boekje wijst daartoe den weg.

**N.V. UITGEVERSMAATSCHAPPIJ v.h. N. VEENSTRA  
LAAN VAN MEERDERVOORT 30 — DEN HAAG**

# GECO LAMPEN

De lampen, die ook **INDERDAAD** datgene presteeren, wat men, op grond van de karakteristieken, ervan mag verwachten!

De Heer **CORVER** schreef in *Radio-Expres*:

... „Wat dat betreft, zou er veel voor te zeggen zijn als algemeen de methode werd toegepast van den fabrikant der **GECO-lampen**, die niet de uiterste waarden opgeeft maar gemeten waarden bij een veel lagere anodespanning dan de maximale en bij nul roosterspanning. Maxima zou men alleen oscillographisch kunnen bepalen wilde men niet reeds bij de meting de lamp bederven.

Opgaven als die der **GECO-lampen** daarentegen kan men zelf nameten; en dan blijken ze ook te kloppen!”

**VRAAGT UITVOERIGE PROSPECTUS MET KARAKTERISTIEKEN BIJ:**



**N.V. Algemeene Radio  
Import Maatschappij**

**Surinamestraat 15  
DEN HAAG.**

## LUXE BANDEN

## RADIO NIEUWS 1933

voor hen, die hun losse ex. willen laten inbinden

**Prijs f 1.40 afgehaald  
f 1.55 franco per post**

**LEVERING UITSLUITEND NÀ INZENDING VAN HET  
BEDRAG AAN HET BUREAU VAN**

**RADIO-NIEUWS  
LAAN VAN MEERDERVOORT 30  
DEN HAAG**